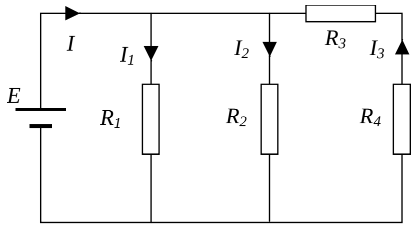
# EXERCICES D'ELECTROCINETIQUE
# Prépa CAPES Physique

**Luc Lasne**, 01/10/2008

## Partie 1 : Régime continu et manipulation des circuits électriques

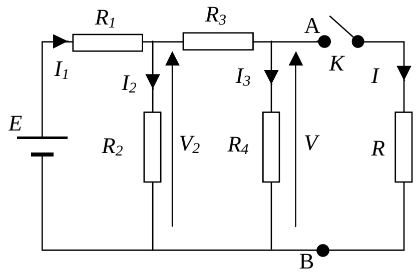
### *Exercice 1 : Loi de maille et loi des nœuds*




On considère le circuit représenté ci contre dans lequel la source de tension $E$ est considérée comme idéale.

1) Ecrire toutes les lois de maille associées à ce circuit.
2) Ecrire toutes les lois des nœuds associées à ce circuit.
3) Résoudre le système d'équations obtenu et calculer la valeur de l'intensité du courant $I$ (on prendra pour cela : $E$=10V, $R_1$=$R_2$=20Ω, $R_3$=$R_4$=5Ω ).
4) Retrouver le résultat précédent par une approche plus simple et plus rapide à préciser.
5) Le générateur est maintenant considéré comme imparfait et présente une résistance de sortie (en série) $R$=50Ω. Calculer alors l'expression littérale et la valeur du nouveau courant $I$. Le caractère « imparfait » du générateur est il dans ce cas un frein au bon fonctionnement du circuit ?

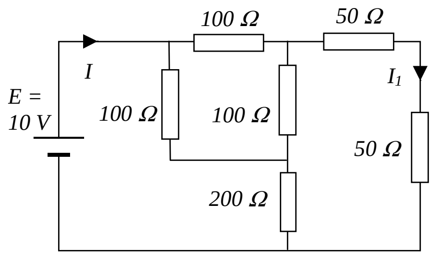
### *Exercice 2 : Diviseur de tension et adaptation de résistances*




On s'intéresse au montage en courant continu représenté sur la figure ci-contre.

6) L'interrupteur $K$ étant ouvert, calculer le plus simplement possible l'expression de la tension $V_2$ en fonction des données du circuit.
7) En déduire l'expression de la tension $V$ en utilisant la formule du « diviseur de tension ». On appellera cette tension particulière $V_0$.
8) On ferme l'interrupteur $K$ sur une résistance $R$=0Ω ( la résistance $R_4$ est alors « court-circuitée »). Simplifier le schéma équivalent au circuit et calculer la valeur de l'intensité du courant qui traverse $R$ dans ce cas : $I_{cc}$.
9) En justifiant le fait que le circuit est « linéaire », représenter la courbe d'évolution de la tension $V$ en fonction de $I$.
10) Proposer alors un modèle équivalent au circuit représenté à gauche des points A et B. Comment s'appelle ce modèle ?
11) En déduire alors l'expression de $V$ et de $I$ pour une valeur quelconque de $R$.
12) <u>A.N</u>. : $R$=10kΩ, $R_1$=$R_2$=$R_3$=$R_4$=20kΩ, $E$=15 V.
13) Calculer quelle valeur minimale de $R$ assure le fait que la tension $V$ ne tombe pas en dessous de 90% de la tension à vide. A quoi peut servir le fait de réfléchir à cette considération ?

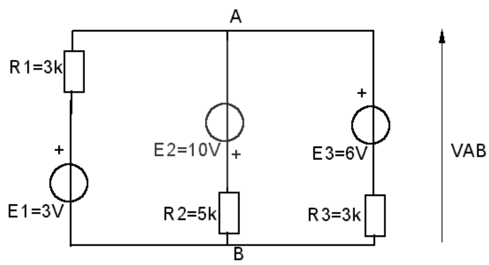
### *Exercice 3 : Transformation de Kennelly*




On considère le circuit représenté sur la figure ci-contre. L'objectif de l'exercice est de calculer la valeur du courant $I$ et du courant $I_1$.

14) Il est difficile de résoudre rapidement ce problème. Quelle transformation est-il alors possible de mettre en œuvre ?
15) Effectuer la modification envisagée et calculer le plus rapidement possible les valeurs des courants demandées.
16) Calculer pour finir l'intégralité des courants apparaissant dans les diverses branches du schéma de base.

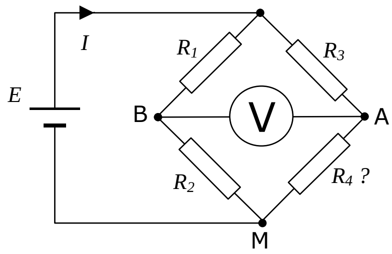
### *Exercice 4 : Modèle de Thévenin et de Norton*




On s'intéresse à la détermination théorique de la valeur de la tension $V_{AB}$ apparaissant sur le schéma du circuit ci contre :

1) Calculer les composantes du modèle équivalent de Thévenin du circuit situé à gauche des points A et B.
2) Résoudre alors la maille restante et calculer la valeur de VAB.
3) Faire la manipulation également en considérant les modèles équivalents de Norton des différentes branches.
4) Conclure sur l'adéquation de chaque méthode à ce problème précis.

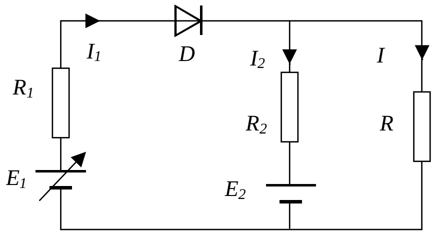
### *Exercice 5 : Pont de Wheatstone*




Le « pont de Wheatstone » est un circuit classique de l'électronique très utilisé en instrumentation. La figure ci contre représente le circuit électrique correspondant, sur lequel la résistance $R_4$, qui est celle à mesurer, est éventuellement sujette à variations. La mesure classique par pont de Wheatstone consiste en la lecture de la tension $U_{AB}$ par un voltmètre supposé de résistance interne infinie et un réglage fin de la résistance $R_4$, qui est souvent une résistance ajustable de précision.

1) Calculer le plus « intelligemment » possible l'expression de la tension $U_{AB}$ en fonction des grandeurs du circuit.
2) En déduire la condition permettant d'obtenir $U_{AB}=0$.
3) Proposer alors une méthode permettant la mesure de la résistance $R_4$.
4) On suppose à présent que ce sont les variations $\Delta R$ de la résistance $R_4$ qui constituent l'objectif de la mesure (ces variations peuvent dépendre d'une grandeur physique à mesurer par cet intermédiaire). Calculer l'expression de la tension $U_{AB}$ correspondant au fait que $R_4= R_{4repos}+\Delta R$ *et* $R_{4repos}\, R_1= R_2\, R_3$.
5) En déduire l'intérêt de la mesure. Préciser l'écriture de ma tension de mesure dans le cas où $R_{4repos}= R_1= R_2 =R_3=R$.
6) On suppose pour finir que $R_4$ souffre d'une perturbation $\Delta R'$ quelconque telle que : $R_4= R_{4repos}+\Delta R+\Delta R'$. Proposer une précaution à prendre permettant que $\Delta R'$ ne modifie pas la mesure de $U_{AB}$.

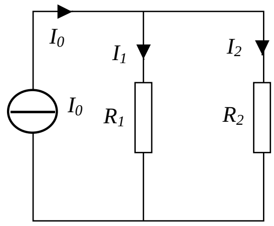
### *Exercice 6 : Autour d'un composant non linéaire : la diode*




La diode *D* est un composant non linéaire, très utilisé en électronique, qui ne conduit pas le courant électrique tant que la tension à ses bornes est inférieure à un seuil : $U_S$. Au delà de ce seuil elle se comporte à peu près comme une résistance faible (dite « dynamique ») : *r*. Dans le circuit ci-contre, on s'intéresse à la détermination théorique du courant *I* en fonction des valeurs de la tension $E_1$.

1) Tracer la « caractéristique » de la diode, c'est à dire la courbe $I_D=f(U_D)$.
2) En analysant « intelligemment » le circuit, calculer l'expression du courant *I* en fonction des grandeurs du circuit et d'hypothèses à préciser.
3) Représenter alors la courbe $I=f(E_1)$ en considérant les données suivantes : $E_1\in[0\ ,\ 20\text{V}]$, $E_2$=10V, $R_1$=5Ω, $R_2$=5Ω, $R$=5Ω, $r$=3Ω, $U_S$=0,7V.

### *Exercice 7 : Diviseur de courant*

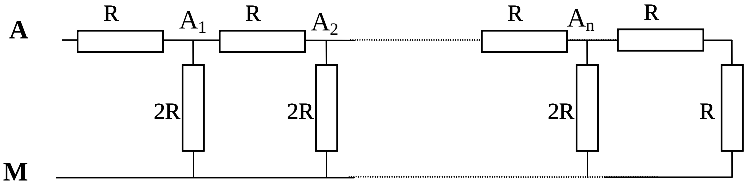



Le circuit ci-contre est appelé « diviseur de courant ». C'est également un circuit « classique » de l'électricité mais il comporte un nuance par rapport au diviseur de tension...

4) Calculer l'expression du courant $I_2$ en fonction des autres grandeurs du circuit.
5) Noter l'analogie avec le diviseur de tension et préciser la nuance à ne pas oublier.
6) Que représente la « source de courant » apparaissant dans ce circuit ? comment la réalise t'on en pratique ? Quelle est la limite du fonctionnement d'une telle source ?

### *Exercice 8 : Réseau R-2R*

Dans certains circuits de l'électronique numérique (convertisseurs analogiques / numériques), on trouve une association particulière de résistances : le réseau R-2R (voir figure ci-dessous).

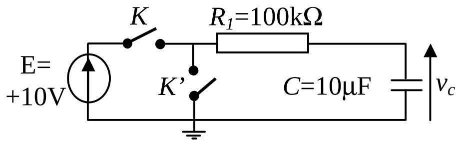



7) Calculer la résistance équivalente à tout le réseau, vue entre les points A et M.
8) Calculer également l'expression des tensions $V_{A1M}$, $V_{A2M}$, ..., $V_{AnM}$.
9) Quelle peut être l'utilité d'un tel dispositif ?

## ***Partie 2** : Régimes transitoires et récepteurs linéaires élémentaires*

***Exercice 1 : Charge de condensateur***

Le circuit représenté ci-contre fait apparaître un condensateur *C* dont la charge est possible à la fermeture de l'interrupteur *K*. A $t$=0, on considère le condensateur déchargé, on ferme alors *K*.




1) Sans aucun calcul, préciser quelles sont les valeurs de $v_C(0)$, $v_C(\infty)$, $i_C(0+)$, $i_C(\infty)$.
2) En utilisant les lois fondamentales des circuits, écrire l'équation différentielle qui en découle sous la forme qui vous semble la plus adaptée au problème (pour $t \geq 0$).
3) Résoudre cette équation et écrire l'expression de $v_C$(t) et $i_C$(t).
4) Représenter ces deux grandeurs sur un graphique en fonction du temps et retrouver les résultats de la *question 1*. Préciser quelle est la valeur de la tension $v_c$ à $t$=0,1s , $t$=1s , $t$=10s . Conclure.
5) A $t=t_1$=1s, on ouvre *K* et on ferme *K'*. Déterminer les expressions de $v_C$(t) et $i_C$(t) pour $t>t_1$ et les représenter.

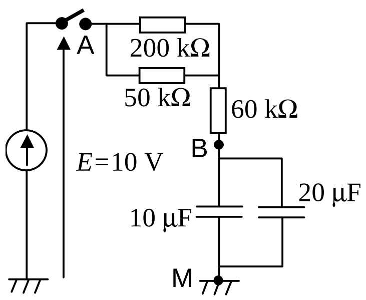
***Exercice 2 : Décharge et imperfection d'un condensateur (suite de l'exercice 1)***

Le circuit considéré dans cet exercice est le même que celui utilisé pour l'*exercice 1*. Au temps t=$t_1$>>10s, on ouvre l'interrupteur K sans fermer K'.

6) Que se passe t'il alors dans le circuit ?
7) En réalité, pour un grand nombre de condensateurs bon marché, on observe une décharge assez rapide de la tension $v_C$. Ceci est du à une résistance parasite $R_2$ dont il faut tenir compte, en parallèle avec *C*. Représenter alors le schéma équivalent au circuit réel.
8) En supposant, pour simplifier que le nouveau temps t=0 est calé sur l'ouverture de l'interrupteur, calculer les évolutions de $v_C$(t) et les représenter sur un graphique en fonction du temps.
9) En tenant compte de la résistance parasite $R_2$=200kΩ, est-ce que la charge de *C* s'effectue bien conformément aux calculs effectués dans l'*exercice 1* ?
10) Résoudre donc à nouveau le régime transitoire correspondant à la charge de C (on reprendra t=0 comme origine de la fermeture après décharge complète) et représenter à nouveau $v_C$(t).
11) Le phénomène étudié peut intervenir dans le cadre d'un montage ou d'un TP. Expliquer alors les précautions à prendre pour l'éviter ou l'expliquer.

***Exercice 3 : Régime transitoire***

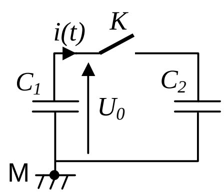
On s'intéresse au montage représenté ci-contre :




1) Calculer la valeur de la résistance équivalente existant entre les points A et B : $R_{AB}$.
2) Calculer également la valeur de la capacité équivalente entre les points B et M : $C_{BM}$.
3) Représenter alors le schéma équivalent le plus simple du circuit lorsque l'interrupteur est en position « fermé ».
4) Exprimer la constante de temps $\tau$ du circuit en fonction de $R_{AB}$ et $C_{BM}$ ; calculer sa valeur.
5) Représenter graphiquement en fonction du temps l'allure de la tension $V_{BM}(t)$ en supposant que l'interrupteur a été fermé au temps $t = 0$ et qu'au préalable la tension $V_{BM}$ valait : $V_{BM}(0)$ = 5 V. Faire apparaître $V_{BM}(0)$, $V_{BM}(\infty)$ *et* $\tau$.
6) Calculer pour finir la valeur du courant dans la résistance de 50kΩ à $t$=3s.

***Exercice 4 : Equilibrage de la tension de deux condensateurs***

On considère le condensateur parfait $C_1$, chargé à la valeur initiale $U_0$=10V (voir figure). Au temps $t$=0, on ferme l'interrupteur *K* de telle manière à ce que $C_1$ charge le condensateur $C_2$.

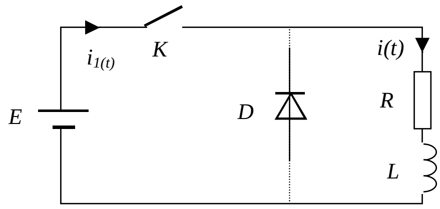



1) Quelle est l'expression de la charge $Q_0$ initialement stockée par $C_1$ ?
2) Ecrire les équation électriques associées à ce circuit pour $t \geq 0$.
3) Ecrire l'équation de conservation de la charge et en déduire l'expression des charges finales $Q_1$ et $Q_2$ des deux condensateurs.
4) Ecrire également la valeur de la tension finale des deux condensateurs. Calculer alors l'énergie stockée par les deux condensateurs en équilibre de tension. Commenter ce résultat.
5) Pour éviter cette contradiction, il faut introduire dans le circuit la résistance équivalente des fils : *R*. Dessiner le nouveau schéma équivalent et trouver l'équation différentielle la plus simple permettant de calculer *i(t)* pour tout $t \geq 0$.
6) Préciser, sans calcul la valeur de $i$(0+) et écrire alors l'expression générale de *i(t)* pour tout $t \geq 0$.

7) Ecrire l'expression de la puissance consommée par la résistance $R$ et, en intégrant cette dernière, l'expression de l'énergie consommée par $R$ entre $t$=0 et $t=\infty$.
8) Comparer cette expression à la différence des énergies remarquée à la *question 4*. Commenter.
9) Cette expression dépend-elle de $R$ ? Commenter.

***Exercice 5 : Transitoire de courant dans une inductance***

On s'intéresse au circuit représenté ci-contre, dans lequel on commute brutalement la tension $E$ sur une « charge inductive » de type R-L série. Au départ on considère la diode $D$ absente.

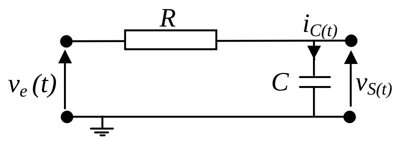



10) Avec la loi des mailles, former et résoudre l'équation différentielle en $i(t)$. Ecrire alors l'expression de $i(t)$ à partir de la fermeture de l'interrupteur, on précisera à cette occasion l'expression de la constante de temps $\tau$.
11) Représenter l'évolution de $i(t)$et noter sur le graphe les grandeurs remarquables.
12) Au temps $t=t_1>>\tau$, on ouvre l'interrupteur K. Calculer alors la tension qui se reporte sur cet interrupteur et commenter ce résultat. Expliquer alors physiquement ce qui se produit dans ce circuit.
13) Pour palier le problème mis en évidence, on considère la diode $D$ en fonction. Quel est l'état de conduction de cette diode lorsque $K$ est fermé ?
14) A l'ouverture (toujours au temps $t=t_1>>\tau$) de $K$, montrer que $D$ rentre systématiquement en conduction.
15) Représenter alors le schéma équivalent du circuit en supposant $D$ parfaite. Ecrire la nouvelle équation de maille, la nouvelle équation différentielle et la résoudre.
16) Représenter sur le graphe l'évolution du courant dans le cas de l'utilisation de la diode et dans le cas de son absence. Commenter.
17) Comment s'appelle une telle diode en électronique ? Expliquer dans quelles circonstances son usage est systématique et quel est le problème général posé par la coupure des courants dans les charges inductives.

***Exercice 6 : Lien entre les équation temporelles et le « filtrage » d'un régime permanent sinusoïdal***

Les circuits passifs qui utilisent des condensateurs et des inductances, lorsqu'ils sont destinés à des signaux (tensions) alternatifs, présentent des caractéristiques qui dépendent de la fréquence des signaux d'entrée. En cela, ils forment naturellement des « filtres » qui atténuent ou pas, ou « coupent » ou pas, certaines plages de fréquence. Il sont ainsi un rôle de discrimination en fonction de la fréquence, ce qui correspond bien à une sorte de filtrage. Cette fonction est très importante en électronique et donc assez présente dans les sujets de problèmes.

Il est tout d'abord possible de comprendre la notion de « filtre » sur un exemple simple, appelé « filtre passe bas passif » et représenté sur la figure ci-contre :



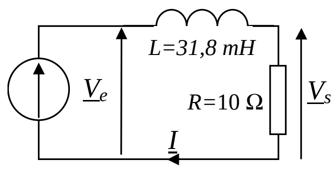

18) Quelle équation relie la tension $v_s(t)$ et le courant $i_c(t)$ ?
19) Si on suppose que $v_s = V_{smax}.cos(\omega t)$ quelle sera l'expression littérale de $i_c$ ?
20) Que représente la valeur $\omega$? par quoi est elle fixée ?
21) A quoi est équivalent le circuit si $\omega$est très petit , c'est à dire dans un domaine de « basses fréquences » ?
22) A quoi est équivalent le circuit si $\omega$ est très grand, c'est à dire dans un domaine de « hautes fréquences » ? Justifier alors l'appellation « passe bas ».
23) Montrer que l'équation de maille de ce circuit revient à : $ve=RC.\frac{dvs}{dt}+vs$ . Remplacer alors $v_s$ par sa forme sinusoïdale $v_s = v_{smax}.cos(\omega t)$.
24) A quoi est équivalente l'équation ainsi formée si $\omega >> 1/RC$ ?
25) A quoi est équivalente l'équation ainsi formée si $\omega << 1/RC$ ?
26) Représenter alors l'évolution simplifiée du « gain du filtre » $|v_s/v_e|$ en décibels sur un graphe donnant en ordonnées : $G_{dB}$=20.Log($|v_s/v_e|$) et en abscisses $\omega$ en échelle logarithmique. Le tracé obtenu, classiquement représenté en échelle semi-Log, s'appelle « diagramme de Bode » et constitue un support très commun en électronique pour l'étude des filtres.
27) Que représente la pulsation particulière $\omega_c = 1/RC$ pour ce circuit ?
28) A quoi ressemblerait un filtre "passe haut" ? un filtre "passe bande" ?

Il est toutefois très maladroit d'effectuer un travail théorique sur un filtre en manipulant ainsi les équations différentielles. En pratique on écrit les équations du circuit en « notation complexe », ce qui permet l'utilisation des impédances et des pratiques associées.

29) Retrouver ainsi tous les résultats des questions précédentes en analysant le module du gain complexe : $\underline{G}=\underline{V}_S/\underline{V}_E$ , extrait par exemple à partir de la formule du diviseur de tension.

## ***Partie 3* : Régime alternatif sinusoïdal**

***Exercice 1 : Charge « inductive »***




La tension d'entrée du circuit représenté ci-contre est sinusoïdale et présente une valeur efficace $V_e$=230 V à la fréquence $f$=50 Hz. Le récepteur, ou encore la « charge », correspond à l'association d'une résistance et d'une inductance. On s'intéresse à la détermination de toutes les grandeurs électriques en régime permanent sinusoïdal du circuit.

30) Calculer la valeur de la réactance $X$ associée à l'inductance du circuit.
31) Préciser l'expression et la valeur de l'impédance complexe $\underline{Z}$ équivalente à la charge.
32) Déterminer alors l'expression et la valeur du courant (en écriture complexe) $\underline{I}$, et de la tension $\underline{V_S}$.
33) En déduire la valeur efficace et le déphasage par rapport à $V_e$ du courant $I$ et de la tension $V_S$.
34) Représenter l'intégralité des grandeurs sur un diagramme de Fresnel.
35) Calculer la valeur de la puissance consommée par la résistance $R$ et la valeur de la puissance fournie par la source $\underline{V_e}$. Commenter.

***Exercice 2 : Charge inductive « compensée » (suite de l'exercice 1)***

Le circuit considéré est le même que dans l'*exercice 1*. Si l'objectif du circuit est « énergétique », c'est à dire si le but est de fournir à la charge une puissance donnée, les conséquences du déphasage $\varphi$ amené par l'inductance sont importantes. On s'intéresse à comprendre pourquoi et quelles solutions sont possibles pour améliorer les conditions du transfert de puissance.

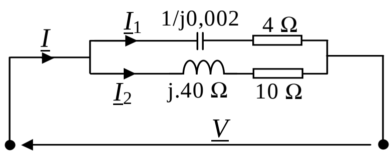
1) Ecrire la relation qui existe entre la puissance $P$ fournie à la charge et le courant $I$ consommé.
2) A t'on intérêt à ce que la charge présente un déphasage $\varphi$ important ?
3) Si la présence de l'inductance est inévitable, il existe une solution, pour en annuler les effets, qui est de placer un condensateur $C$ en parallèle avec la source de tension. Représenter le nouveau montage considéré.
4) Calculer alors l'expression de l'impédance équivalente à ce montage.
5) En déduire l'expression de la capacité $C$ permettant d'annuler le déphasage $\varphi$. Faire l'application numérique.
6) En supposant cette condition réalisée, préciser à quoi est alors équivalent, en terme d'impédance, le nouveau montage (il y a deux manières de traiter cette question... le mieux est de suivre les deux et de remarquer la simplicité de l'une des deux par rapport à l'autre).

***Exercice 3 : Comparaison alternatif / continu***

Un radiateur est constitué d'un enroulement de fil électrique représentant une résistance $R$=30 Ω et une inductance $L$=50 mH.

1) Représenter le schéma électrique du circuit.
2) Calculer la tension continue sous laquelle il faut placer le radiateur de telle manière à ce qu'il dissipe une puissance $P$=1500 W en régime permanent. En déduire l'intensité du courant qui le traverse alors.
3) On désire à présent mettre ce radiateur sous une tension sinusoïdale à 50 Hz. Calculer la valeur efficace du courant permettant de dissiper $P$=1500 W dans la résistance.
4) En déduire la valeur efficace de la tension nécessaire à la production de cette puissance. Commenter ces valeurs.
5) Mêmes questions pour une tension de fréquence 400 Hz. Pourquoi étudier également le circuit pour cette valeur de fréquence ? Le radiateur « fonctionnerait » il sous une tension de 240 V de fréquence 400 Hz*?*
6) Que devient la comparaison entre la solution continue et alternative si on néglige l'inductance de l'enroulement ?

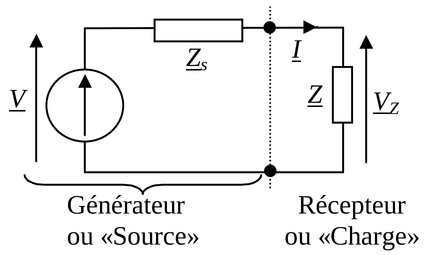
***Exercice 4 : Diviseur de courant en sinusoïdal***




Du circuit représenté ci-contre, on ne connaît que la valeur du courant total absorbé : $I$=2,5 A ainsi que les valeurs des impédances notées sur la figure.

7) Calculer la valeur de la tension efficace $V$ appliquée à cette charge.
8) En déduire les valeurs de $I_1$ et $I_2$ .
9) Retrouver ces valeurs par l'application de la formule du diviseur de courant (les admittances seront directement calculées à la calculatrice en calcul complexe).
10) Représenter l'intégralité des grandeurs sur un diagramme de Fresnel.
11) Ecrire l'expression littérale de la puissance active $P$ et de la puissance réactive $Q$ consommées par cette charge. Faire l'application numérique.
12) Calculer les éléments du circuit le plus simple équivalent à cette charge.

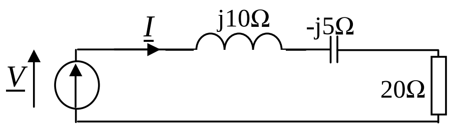
**_Exercice 5 : Adaptation d'impédances_**




« L'adaptation d'impédances » constitue l'ensemble des règles permettant d'optimiser l'échange de tension ou l'échange de puissance entre un générateur et un récepteur.

1) Préciser les raisons qui justifient la modélisation de la source par une tension et une impédance en série.
2) En utilisant $\underline{Z}_S=R_S+j.X_S$ et $\underline{Z}=R+j.X$, écrire l'expression de la valeur efficace du courant $\underline{I}$.
3) En déduire l'expression de la puissance active reçue par l'impédance $\underline{Z}$.
4) Calculer alors l'expression de la réactance $X$ permettant de maximiser le transfert de puissance ($R$, $R_S$ et $X_S$ étant constantes).
5) Cette condition étant réalisée, calculer l'expression de la résistance $R$ permettant de maximiser le transfert de puissance ($X$, $R_S$ et $X_S$ étant constantes).
6) En déduire la règle d'adaptation d'impédances portant sur $\underline{Z}_S$ *et* $\underline{Z}$ permettant de maximiser le transfert de puissance.
7) Préciser, lorsque cette condition est réalisée, quel est le rendement énergétique associé au circuit. Commenter cette valeur.
8) Etablir l'expression de la tension $\underline{V}_S$ en fonction de $\underline{V}$ et des impédances.
9) En déduire la règle d'adaptation d'impédances permettant de maximiser la valeur de $V_s$ .

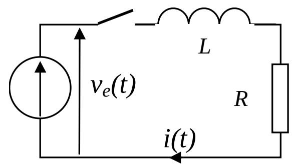
**_Exercice 6 : Représentation vectorielle des courants et tensions_**




On considère le circuit représenté ci contre où $\underline{V}$ est la représentation complexe d'une tension sinusoïdale de valeur efficace $V$=100 V et de fréquence 50 Hz. Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par la valeur de leur impédance complexe.

1) Calculer la valeur efficace $I$ du courant $\underline{I}$.
2) Calculer la phase du courant $\underline{I}$ si on considère la tension $\underline{V}$ à l'origine des phases. Ecrire alors l'expression temporelle de la tension $v(t)$ et du courant $i(t)$.
3) Ecrire la loi de maille qui régit ce circuit.
4) Représenter tous les complexes formant cette loi de maille sur un diagramme vectoriel dans le plan complexe (diagramme de Fresnel).

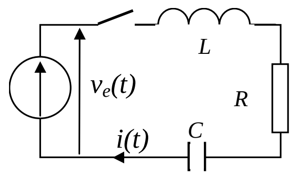
**_Exercice 7 : Régime transitoire d'un circuit alimenté en alternatif sinusoïdal_**




On s'intéresse au calcul complet de l'expression du courant $i(t)$ circulant dans le circuit représenté ci contre. L'association L-R représente un récepteur ramené à son schéma équivalent et, au temps $t$=0, on ferme l'interrupteur de mise sous tension. La tension d'alimentation s'écrit : $v_e(t)=V.\sqrt{2}.\sin(\omega t+\psi)$.

1) Que représente la grandeur $V$ ? Pourquoi est elle utilisée ?
2) Que représente le terme $\psi$ dans l'expression de la tension d'entrée ?
3) Ecrire l'équation de maille du circuit pour $t$>0.
4) Mettre cette équation sous la forme (la plus efficace) d'une équation différentielle en $i(t)$.
5) Résoudre alors le plus rapidement possible cette équation de manière à obtenir l'expression générale de $i(t)$.
6) Représenter l'allure de l'évolution de $i(t)$ dans le cas où $\psi=0$. Conclure sur l'intérêt de l'étude.

**_Exercice 8 : Régime transitoire RLC et « fonction de transfert »_**




Pour travailler également sur les circuits à transitoires du deuxième ordre, il est conseillé de :

1) Traiter les questions 3), 4), 5), et 6) de l'exercice précédent à partir du schéma du circuit « *RLC* série » représenté ci contre.
2) En supposant l'interrupteur fermé depuis un temps très long (régime permanent), déterminer l'expression de la « fonction de transfert » : $T(j\omega)=\underline{I}(j\omega) / \underline{V}_e(j\omega)$.
3) Représenter le « diagramme de Bode » de cette fonction de la pulsation $\omega$.
4) Déterminer que est le schéma équivalent du circuit à la pulsation $\omega_0= 1/\sqrt{LC}$ . Comment s'appelle cette pulsation et le phénomène qui y est associé. Quel type de filtre représente ainsi ce circuit ?
5) Reprendre le même travail dans le cas d'un circuit « RLC parallèle ».

## ***Partie 4** : Energies et Puissances électriques*

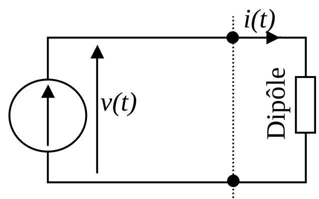
***Exercice 1 : Formulations des énergies et puissances associées aux différents dipôles***

Dans tout l'exercice, on s'intéresse à déterminer l'expression des puissances et des énergies associées aux dipôles linéaires de base de l'électricité.

1) Rappeler la relation existant entre la puissance associée à un dipôle électrique et son énergie. Préciser les unités des grandeurs introduites.
2) Rappeler l'expression de la puissance instantanée associée à un dipôle électrique traversé par le courant *i(t)* et sous la tension *v(t)*. Préciser les conventions en vigueur définissant le signe de cette puissance.
3) En déduire l'expression de l'énergie stockée par un condensateur placé sous la tension v(t).
4) En déduire également l'expression de l'énergie stockée par une inductance traversée par le courant *i(t)*.
5) Dans le cas particulier de l'inductance associée à un circuit magnétique de longueur *L*, de section *S* , de volume *V* et bobiné par *N* spires, manipuler la formule obtenue de manière à extraire l'expression de l'énergie magnétique stockée en fonction des grandeurs du magnétisme.
6) Ecrire enfin l'énergie et la puissance instantanée associées à une résistance *R* traversée par le courant *i(t)* ou sous la tension *v(t)*.
7) En déduire les expressions des puissances moyennes *P* associées aux trois récepteurs précédents lorsqu'ils sont utilisés dans le cadre d'un régime périodique. En quoi cette puissance particulière est-elle importante ?

***Exercice 2 : Formulations des différents types de puissances en régime sinusoïdal***

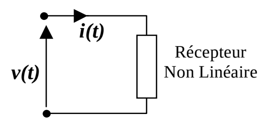
L'objectif de l'exercice réside dans le fait de retrouver les formulations classiques des puissances électriques associées aux régimes sinusoïdaux. On s'intéresse pour cela à un récepteur linéaire quelconque alimenté par une tension sinusoïdale.

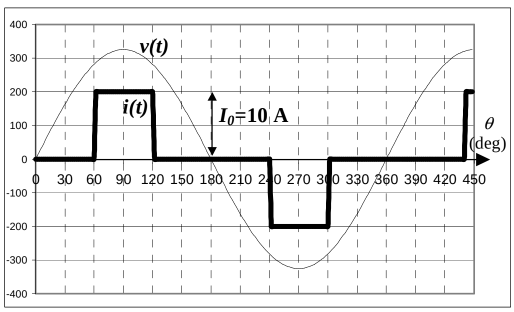



1) Ecrire l'expression de la tension sinusoïdale *v(t)*, de valeur efficace *V* , de pulsation $\omega$ et de phase à l'origine nulle.
2) Ecrire l'expression du courant *i(t)* si celui ci a pour valeur efficace *I* et une phase quelconque $\varphi$, considérée par défaut comme négative.
3) Ecrire alors l'expression de la puissance instantanée *p(t)* consommée par le dipôle. Calculer alors sa valeur moyenne *P* et identifier le résultat obtenu (en fonction de *V*, *I* et $\varphi$ ) à une puissance bien connue.
4) Représenter un diagramme de Fresnel représentant $\underline{V}$ et $\underline{I}$, les phaseurs associés aux grandeurs électriques. Préciser les expressions des projections orthogonales de $\underline{I}$ sur $\underline{V}$.
5) Retrouver alors « vectoriellement » ce que représentent la puissance *P* ainsi que la puissance dite « réactive » $Q=V.I.\sin\varphi$.
6) Quelle relation lie *P*, *Q* et la puissance site « apparente » : $S=V.I$ ? A quoi sert cette dernière grandeur ?
7) Supposons que la tension d'alimentation et le courant soient tributaires des composantes continues $<v>$ et $<i>$. Calculer à nouveau l'expression de la puissance moyenne consommée. Commenter ce résultat.
8) Supposons maintenant que le courant consommé ne soit même plus sinusoïdal, et qu'il s'écrive alors comme sa décomposition en série de Fourier : $i(t) = <i> + \sum_{n=1}^{\infty} I_n.\sin(n\omega t - \varphi_n)$. Calculer dans ces conditions l'expression des puissances *P* et *S* (avec $<v>=0$ pour simplifier). En considérant que $Q= V.I_1.\sin(\omega t)$, écrire alors la nouvelle relation qui lie *P*, *Q*, *S* et une grandeur supplémentaire.

***Exercice 3 : Puissances et facteur de puissance associés à un dipôle non linéaire***

On considère dans cet exercice un dipôle récepteur « non linéaire ». Alimenté sous la tension sinusoïdale du réseau électrique, il consomme un courant non sinusoïdal représenté sur la figure ci-contre. Les angles caractérisant l'allure de ce courant représentent la grandeur $\theta = \omega t$ qui apparaît dans l'expression de la tension du réseau électrique : $V_r = V.\sqrt{2}.\sin(\omega t)$ (supposée à l'origine des phases, avec $V$=230 V,$\omega=2\pi\times 50$ rad/s).




1) Déterminer l'expression du courant et de la tension efficaces consommés par ce récepteur.
2) En déduire l'expression de la puissance apparente *S* associée.
3) Calculer l'expression littérale de la puissance active consommée.
4) En déduire le « facteur de puissance » : k=P/S associé. Quel peut être l'intérêt de ce facteur ?
5) A t'on alors intérêt de véhiculer des courants non sinusoïdaux sur les réseaux électriques ?

# ***Corrections***

*Luc Lasne*, 10/09/2008

## ***Partie 1 : Régime continu et manipulation des circuits électriques***

***Exercice 1 : Loi de maille et loi des nœuds***

1) $E=R_1.I_1$ , $E=R_2.I_2$ , $E=-(R_3+R_4).I_3$

2) $I=I_1+I_2-I_3$

3) $I_1=\dfrac{E}{R_1}=0{,}5\text{ A}=I_2$ , $I_3=\dfrac{E}{R_3+R_4}=1\text{ A}$ , $I=I_1+I_2-I_3=2\text{ A}$

4) Une approche plus simple consiste à calculer rapidement la résistance équivalente au montage :

$$R_{eq}=R_1//R_2//(R_3+R_4)=5\,\Omega \Rightarrow I=\frac{E}{R_{eq}}=2\text{ A}$$

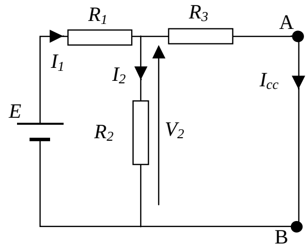
5) Avec $R=50\,\Omega$ en série avec $R_{eq}$, la courant devient : $I=\dfrac{E}{R+R_{eq}}=0{,}18\text{ A}$. CE courant est très faible comparé au circuit seul, on montrerait également que la tension appliquée au montage est écroulée par la résistance interne du générateur … Bref, ça ne fonctionne pas. Il faudrait utiliser un générateur de résistance interne bien inférieure à 5Ω.

***Exercice 2 : Diviseur de tension et adaptation de résistances***

1) K étant ouvert, on forme la résistance équivalente : $R_{eq}=R_2//(R_3+R_4)=\dfrac{R_2.R_3+R_2.R_4}{R_2+R_3+R_4}$. Avec la formule du pont diviseur, on calcule : $V_2=\dfrac{R_{eq}}{R_1+R_{eq}}.E=\dfrac{R_2.R_3+R_2.R_4}{R_1.R_2+R_1.R_3+R_1.R_4+R_2.R_3+R_2.R_4}.E$ .

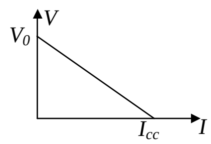
2) Pont diviseur encore une fois : $V_0=\dfrac{R_4}{R_3+R_4}.V_2=\dfrac{R_4}{R_3+R_4}.\dfrac{R_2.R_3+R_2.R_4}{R_1.R_2+R_1.R_3+R_1.R_4+R_2.R_3+R_2.R_4}.E$ (c'est bien homogène à une tension …ouf !)

3) En court-circuitant la sortie, le circuit se simplifie et devient conforme à la figure ci contre. On calcule $V_2$ avec un diviseur de tension sur $R_2//R_3$ : $V_2=\dfrac{R_2//R_3}{R_1+R_2//R_3}.E=\dfrac{R_2.R_3}{R_1.R_2+R_1.R_3+R_2.R_3}.E$. Connaissant cette tension, on en déduit : $I_{cc}=\dfrac{V_2}{R_3}=\dfrac{R_3}{R_1.R_2+R_1.R_3+R_2.R_3}.E$




4) La tension $V_0$ est la tension à vide du montage, c'est à dire celle à courant nul. $I_{cc}$ est le courant de court-circuit, c'est à dire à tension de sortie nulle. Ces deux points de fonctionnement permettent de tracer la droite caractéristique du fonctionnement linéaire…

5) Le modèle à proposer est celui de Thévenin (ou de Norton pour les originaux) qui permet de faire apparaître la tension à vide, diminuée par la chute de tension dans la résistance série.

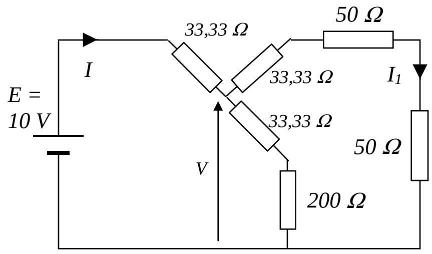



6) La tension de sortie s'écrit alors : $V=E_{th}-R_{th}.I=V_0-R_{th}.I$. Il reste à déterminer $R_{th}$ : on peut « passiver » le circuit et calculer la $R$ équivalente, ou bien écrire : $R_{th}=\dfrac{E_{th}}{I_{cc}}=\dfrac{V_0}{I_{cc}}$. Avec la résistance équivalente (le plus simple ici, et non développé) : $R_{th}=(R_1//R_2+R_3)//R_4$ .

7) <u>A.N.</u> : $R_{eq}=13{,}33\text{ k}\Omega$ , $V_2=6\text{ V}$ , $V_0=3\text{ V}$ , $R_{th}=(R_1//R_2+R_3)//R_4=12\text{ k}\Omega$ , $I_{cc}=\dfrac{E_{th}}{R_{th}}=\dfrac{V_0}{R_{th}}=0{,}25\text{ mA}$ .

8) On écrit : $V=0{,}9.V_0=V_0-R_{th}.I$ avec $I=\dfrac{V}{R}=\dfrac{0{,}9.V_0}{R}$ : $0{,}9=1-R_{th}.\dfrac{0{,}9}{R}$ ou : $0{,}111=\dfrac{R_{th}}{R}\Rightarrow R=108\text{ k}\Omega$ . En dessous de cette valeur, la tension $V$ chute en dessous de 90% de la valeur à vide.

***Exercice 3 : Transformation de Kennelly***

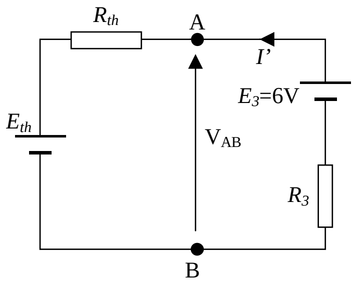



1) La transformation en question est celle de Kennelly, ici le passage triangle – étoile. D'après les formules, dans le cas de l'égalité de toutes les résistances, on trouve le schéma équivalent ci contre :
2) On calcule la résistance équivalente au circuit : $R_{eq}=33{,}33+(233{,}33//133{,}33)=118{,}17\ \Omega$.

   Donc $I=\frac{E}{R_{eq}}=84{,}6\ \text{mA}$. Ensuite on calcule $V=7{,}17\ \text{V}$. Et on en déduit : $I_1=\frac{V}{133{,}33}=53{,}87\ \text{mA}$
3) Connaissant *V*, *I* et $I_1$, on retrouve les tensions entre les sommets du triangle de base… on en déduit les valeurs des courants.

***Exercice 4 : Modèle de Thévenin et de Norton***

1) A gauche des points A et B ne reste qu'un maille. Le courant dans cette maille, étant donné que les deux générateurs sont en série, vaut : $I=\frac{3+10}{3.10^3+5.10^3}=1{,}625\ \text{mA}$. La tension à vide entre les points A et B vaut donc : $E_{th}=-10+5.10^3.I=-1{,}875\ \text{V}$. En ce qui concerne la résistance équivalente de Thévenin de la partie gauche, elle s'écrit : $R_{th}=5\text{k}//3\text{k}=1{,}875\ \text{k}\Omega$.



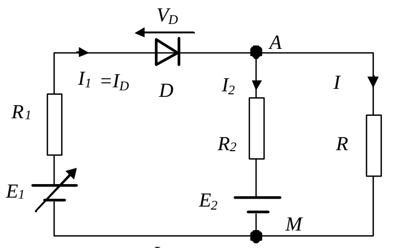

2) Le montage complet revient donc à une seule maille si on utilise le modèle de Thévenin de la partie gauche (voir schéma). Le courant dans ce circuit s'écrit : $I'=\frac{6-(-1{,}875)}{1{,}875.10^3+3.10^3}=1{,}615\ \text{mA}$. La tension voulue s'écrit ainsi : $V_{AB}=6-3.10^3.I'=1{,}153\ \text{V}$.
3) Pour le modèle de Norton, on évalue le courant de court-circuit sortant de la partie gauche du circuit. Si on court-circuite A et B, le courant passant dans le fil servant à cela vaudra : $I_{cc}=+\frac{3}{3.10^3}-\frac{10}{5.10^3}=-1\ \text{mA}$. La résistance équivalente du modèle, est par ailleurs la même que celle de Thévenin. On retrouve ainsi bien la tension à vide du modèle de Thévenin.
4) Dans cet exercice, l'utilisation du modèle de Norton à gauche de A et B est assez maladroite au regard de la partie droite du circuit. L'utilisation de Thévenin semble plus adaptée puisqu'elle conduit à la résolution d'une maille simple où les résistances et les tensions s'ajoutent…

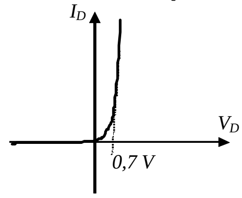
***Exercice 5 : Pont de Wheatstone***

1) Il suffit d'utiliser intelligemment la formule du pont diviseur pour trouver : $U_{BM}=\frac{R_2}{R_1+R_2}.E$ et $U_{AM}=\frac{R_4}{R_3+R_4}.E$, d'où : $U_{AB}=U_{AM}-U_{BM}=(\frac{R_4}{R_3+R_4}-\frac{R_2}{R_1+R_2}).E=\frac{R_4.R_1-R_2.R_3}{(R_3+R_4).(R_1+R_2)}.E$.
2) $U_{AB}=0$ si $R_4.R_1-R_2.R_3=0$ ou encore si $R_4.R_1=R_2.R_3$.
3) On peut mesurer $R_4$ en choisissant pour $R_3$ (par exemple) une résistance ajustable de précision réglée de telle manière que $U_{AB}=0$. Dans ce cas $R_4=R_3$.
4) $R_4= R_{4repos}+\Delta R$ *et* $R_{4repos}\ R_1= R_2\ R_3$. On écrit alors : $U_{AB}=\frac{(R_{4repos}+\Delta R).R_1-R_2.R_3}{(R_3+R_{4repos}+\Delta R).(R_1+R_2)}.E$. C'est à dire : $U_{AB}=\frac{\Delta R.R_1}{(R_3+R_{4repos}+\Delta R).(R_1+R_2)}.E$ si on suppose que $\Delta R<<R_{4repos}$ : $U_{AB}=\frac{\Delta R.R_1}{(R_3+R_{4repos}).(R_1+R_2)}.E$.
5) La mesure est intéressante puisque la tension obtenue est directement proportionnelle à la variation de résistance. En d'autres termes, le signal à mesurer est linéairement converti en tension. Avec les hypothèses données, la formule se simplifie en : $U_{AB}=\frac{\Delta R}{4R}.E$.

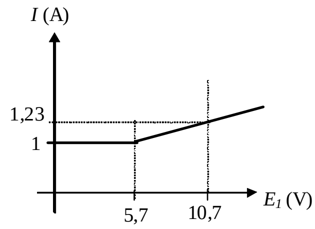
6) Si $R_4$ souffre de la perturbation $\Delta R'$, il suffit de s'arranger pour que $R_3$ aussi, ce qui est possible en choisissant pour $R_3$ le même composant que $R_4$ mais non soumis à la variation principale. Les deux $\Delta R'$ se simplifient alors dans la nouvelle expression de $U_{AB}=\frac{\Delta R}{4R}.E$ .

***Exercice 6 : Autour d'un composant non linéaire : la diode***

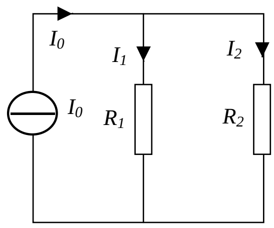



1) La « caractéristique » de la diode est la courbe $I_D=f(U_D)$ représentée ci dessous. On retiendra que la diode est « passante, » si la tension à ses bornes est inférieure au seuil de conduction de 0,7 V.
2) Considérons la diode non passante. Dans ce cas $I_1=0$ et le courant I s'écrit tout simplement : $I=\frac{E_2}{R+R_2}=1\text{ A}$ . Il faut alors connaître la tension $U_{AM}$ pour savoir à partir de quelle tension $E_1$ la diode va rentrer en conduction. En utilisant le pont diviseur : $U_{AM}=\frac{R}{R+R_2}.E_2=5\text{ V}$ correspond ainsi à la tension que $E_1$ doit dépasser de 0,7V pour que D conduise. Si $E_1$>5,7V, il est possible de calculer rapidement l'équivalent de Thévenin de la partie gauche du circuit : $R_{th}=(R_1+r)//R_2=3{,}07\ \Omega$ et $E_{th}=E_2+(E_1-0{,}7-E_2).\frac{R_2}{R_1+R_2}$ . Dans ces conditions, le courant s'écrira : $I=\frac{E_{th}}{R_{th}+R}$ . On remarquera que $I=1\text{ A}$ quand $E_1=5{,}7\text{ V}$ , ainsi que $I=\frac{E_2}{R_{th}+R}=1{,}23\text{ A}$ quand $E_1=10{,}7\text{ V}$ .
3) On représente alors la courbe $I=f(E)$ ci contre :




***Exercice 7 : Diviseur de courant***




Le circuit ci-contre est appelé « diviseur de courant ». C'est également un circuit « classique » de l'électricité mais il comporte un nuance par rapport au diviseur de tension...

1) Il suffit d'identifier les expressions de l'unique tension du circuit : $R_1.I_1=R_2.I_2$ et de considérer la loi des nœuds : $I=I_1+I_2$ . On obtient ainsi : $I_2=\frac{R_1}{R_2}.(I-I_2)$ , soit encore : $I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}.I$ .
2) La formule ressemble à celle du diviseur de tension mais les indices 1 et 2 sont à intervertir. Pour ne pas se tromper, il vaut mieux retenir : $I_2=\frac{G_2}{G_1+G_2}.I$ avec $G_2=\frac{1}{R_2}$ et $G_1=\frac{1}{R_1}$ .
3) La source de courant représente une portion de circuit qui impose une valeur donnée de courant. On la réalise grâce à des circuits électroniques particuliers... En électrotechnique, une source de courant est définie comme une source qui impose la continuité (mathématique) du courant. On la réalise en insérant une forte inductance en série avec un générateur de tension. La limite du fonctionnement est naturellement le circuit ouvert.

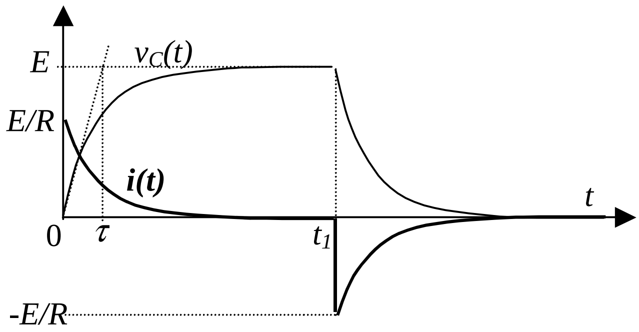
***Exercice 8 : Réseau R-2R***

1) Il suffit de partir de la droite et de remonter vers la gauche pour trouver : $R_{AM}=2.R$ .
2) $V_{A1M}=V_{AM}/2$ , $V_{A2M}=V_{A1M}/2=V_{AM}/4$ , etc... $V_{AnM}=V_{AM}/(2^n)$ .
3) L'utilité est la création très simple d'une série de tensions liées à nue tension de référence. Ce dispositif est mis en oeuvre par exemple dans les convertisseurs analogiques / numériques de façon à comparer une tension donnée à $n$ tensions de seuil, obtenues à partir d'une seule et de simples résistances.

## ***Partie 2** : Régimes transitoires et récepteurs linéaires élémentaires*

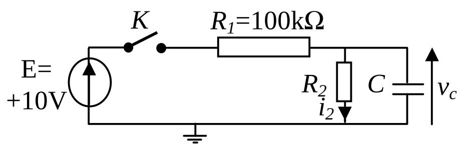
***Exercice 1 : Charge de condensateur***

1) $v_C(0)=0$ (condensateur déchargé), $v_C(\infty)=E$ condensateur chargé en régime permanent, $i_C(0+)=E/R$ puisque $v_C(0)=0$ et enfin $i_C(\infty)=0$ puisque le condensateur chargé n'admettra plus de courant.
2) K fermé, l'équation de maille s'écrit : $E=R_1.i(t)+v_C(t)$ avec $i=C.\frac{dv_C}{dt}$, soit donc : $E=R_1.C.\frac{dv_C(t)}{dt}+v_C(t)$. La forme obtenue est idéale puisqu'en faisant apparaître la grandeur cherchée sans coefficient, celui qui apparaît devant sa dérivée donne directement la constante de temps, ici : $\tau=R_1.C$.
3) L'équation homogène (sans second membre) a pour solution : $v_C(t)=A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ A étant une constante. Une solution particulière simple correspond au régime permanent du circuit, c'est à dire à $v_C(t)=E$. Ainsi la solution générale s'écrit : $v_C(t)=A.e^{-\frac{t}{\tau}}+E$. Sachant que $v_C(0)=0=A+E$, on en déduit : $v_C(t)=E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$. Par ailleurs, $i(t)=C.\frac{dv_C(t)}{dt}=\frac{E}{R_1}.e^{-\frac{t}{\tau}}$.
4) On représente les grandeurs ci contre. Par ailleurs, $\tau$=1s, ainsi $v_C(0{,}1)\approx E(1-1+\frac{0{,}1}{\tau})\approx 1V$, $v_C(1)\approx 0{,}63.E=6{,}3\text{ V}$ et $v_C(10)\approx E=10\text{ V}$




5) K' étant fermé à $t=t_1$, il suffit de résoudre la nouvelle équation, qui n'est autre que l'équation homogène du circuit. En considérant le nouveau t=0 à l'instant $t_1$, la formule s'écrira : $v_C(t)=E.e^{-\frac{t}{\tau}}$, sinon, sans changement d'origine, il faudra écrire : $v_C(t)=E.e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}}$ pour $t\geq t_1$. On représente les évolutions correspondantes sur le graphique ci dessus.

***Exercice 2 : Décharge et imperfection d'un condensateur (suite de l'exercice 1)***

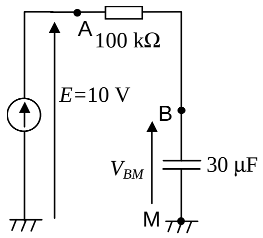



1) Le courant étant nul dans le circuit, le condensateur reste chargé à 10 V.
2) Voir schéma ci contre :
3) La nouvelle équation régissant la tension du condensateur est : $v_C(t)=R_2.i_2$ avec $i_2=-C\frac{dv_C(t)}{dt}$, c'est à dire : $v_C(t)+R_2C.\frac{dv_C(t)}{dt}=0$ soit : $v_C(t)=E.e^{-\frac{t}{R_2.C}}$. Il se produit une décharge analogue à celle du graphe précédent mais de constante de temps $R_2.C$.
4) En réalité, si les deux résistances sont du même ordre de grandeur, le courant total fourni par E se divise dans les branches du circuit et la charge du condensateur n'est ainsi plus la même que dans le circuit idéal.
5) Dans ce cas les équations sont : $E=R_1.i(t)+v_C(t)$ avec $i(t)=\frac{v_C(t)}{R_2}+C\frac{dv_C(t)}{dt}$, soit donc : $E=R_1.\frac{v_C(t)}{R_2}+R_1C\frac{dv_C(t)}{dt}+v_C(t)$ ou : $\frac{E}{1+\frac{R_1}{R_2}}=\frac{R_1C}{1+\frac{R_1}{R_2}}\frac{dv_C(t)}{dt}+v_C(t)$ soit : $\frac{R_2.E}{R_1+R_2}=\frac{R_2.R_1}{R_1+R_2}C\frac{dv_C(t)}{dt}+v_C(t)$

Cette équation représente la charge du condensateur avec la constante de temps : $\frac{R_2.R_1}{R_1+R_2}C$ et une valeur finale de tension : $\frac{R_2.E}{R_1+R_2}$. (Les courbes ne sont pas représentées ici étant donné que seules les grandeurs caractéristiques changent...). Par ailleurs, on voit bien que si $R_2$ est très grande devant $R_1$, ces caractéristiques reviennent à celles du circuit idéal étudié.

6) Enfin, le phénomène peut intervenir en TP lorsque on utilise une valeur importante, de l'ordre de 100kOhm à 1MOhm, de la résistance R1 afin de montrer les effets d'une grande constante de temps. On remarque alors souvent que la tension finale de charge a tendance à chuter... C'est normal puisque cette tension tend vers $\frac{R_2.E}{R_1+R_2}<E$ .

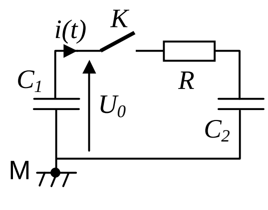
*Exercice 3 : Régime transitoire*




1) $R_{AB}=60\text{k}+50\text{k}//200\text{k}=100\ \text{k}\Omega$
2) $C_{BM}=10\mu+20\mu=30\ \mu\text{F}$
3) voir ci contre :
4) $\tau=R_{AB}.C_{BM}=3\ \text{s}$
5) Les allures obtenues sont très classiques, et identiques à celles de l'exercice 1.
6) A $t$=3s, la tension aux bornes de $R_{AB}$ est de 10-6,3=3,7 V. La tension aux bornes de la résistance de 50k est $\frac{40}{40+60}\times 3{,}7=1{,}48\ \text{V}$ . Le courant qui la traverse vaut donc : $\frac{1{,}48}{50000}=29{,}6\ \mu\text{A}$ .

*Exercice 4 : Equilibrage de la tension de deux condensateurs*

1) $Q_0=C_1.U_0$ .
2) $i(t)=-C_1.\frac{dU_{C1}}{dt}=C_2.\frac{dU_{C2}}{dt}$ et $U_{C1}=U_{C2}$
3) Si $U_{C1}=U_{C2}=U$ alors $Q_1+Q_2=(C_1+C_2).U=Q_0=C_1.U_0$ (conservation des charges). Ainsi, $U=\frac{Q_0}{C_1+C_2}$ et on en déduit : $Q_1=\frac{C_1.Q_0}{C_1+C_2}$ et $Q_2=\frac{C_2.Q_0}{C_1+C_2}$ .
4) La tension finale est $U=\frac{Q_0}{C_1+C_2}$ et l'énergie stockée par l'ensemble des deux condensateurs s'écrit : $E_{finale}=\frac{1}{2}.C_1.U^2+\frac{1}{2}.C_2.U^2=\frac{1}{2}.\frac{Q_0^2}{C_1+C_2}$ . Le problème vient du fait que l'énergie initialement stockée était : $E_{initiale}=\frac{1}{2}.C_1.U_0^2=\frac{1}{2}.\frac{Q_0^2}{C_1}$ Il manque donc dans le bilan énergétique la différence : $\Delta E=\frac{1}{2}.Q_0^2.\frac{C_2}{C_1.(C_1+C_2)}$ … C'est impossible. Autrement dit, le schéma électrique ne permet pas de tenir compte de cette différence d'énergie. Il faut alors rajouter un élément de consommation, de pertes, c'est à dire une résistance.

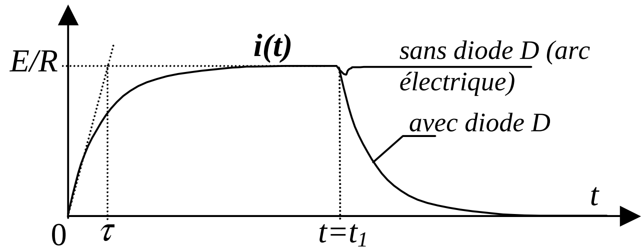



5) Le circuit équivalent est représenté ci-contre, l'équation de maille s'écrit : $u_{C1}(t)=R.i(t)+u_{C2}(t)$ , en dérivant cette équation, on obtient : $\frac{du_{C1}(t)}{dt}=R.\frac{di(t)}{dt}+\frac{du_{C2}(t)}{dt}$ ou encore : $\frac{-i(t)}{C_1}=R.\frac{di(t)}{dt}+\frac{i(t)}{C_2}$ . En version rassemblée : $R.\frac{di(t)}{dt}+(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2})i(t)=0$ , soit : $\frac{R.C_1.C_2}{C_1+C_2}.\frac{di(t)}{dt}+i(t)=0$ .
6) $i(0+)=\frac{U_0}{R}$ et ainsi : $i(0+)=\frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau=\frac{R.C_1.C_2}{C_1+C_2}$ .
7) La puissance consommée par $R$ s'écrit : $P=R.I^2$ et $E_R=\int_0^\infty R.i^2(t).dt=-\frac{U_0^2}{R}.\frac{\tau}{2}\left[e^{-\frac{2t}{\tau}}\right]_0^\infty=\frac{U_0^2}{R}.\frac{\tau}{2}$ . En remplaçant l'expression de $\tau=\frac{R.C_1.C_2}{C_1+C_2}$ , on obtient : $E_R=\frac{U_0^2}{R}.\frac{\tau}{2}=\frac{1}{2}.\frac{C_1.C_2.U_0^2}{(C_1+C_2)}=\frac{1}{2}.Q_0^2.\frac{C_2}{C_1.(C_1+C_2)}=\Delta E$

8) L'énergie consommée par la résistance est égale à la différence d'énergie attendue dans la première partie de l'exercice.
9) Cette valeur est indépendante de *R*. Quelle que soit *R*, il est nécessaire de tenir compte de la résistance dans ce circuit pour éviter les discontinuités de tension aux bornes des condensateurs.

***Exercice 5 : Transitoire de courant dans une inductance***

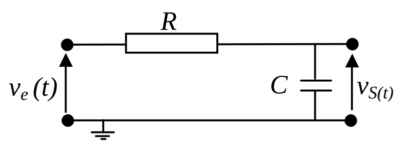
1) La loi des mailles donne : $E = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt}$ ou encore : $\frac{E}{R} = i(t) + \frac{L}{R}.\frac{di(t)}{dt}$. La constante de temps est donc : $\tau = \frac{L}{R}$. Après résolution, on trouve : $i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.
2) L'évolution de i est représentée ci –contre :



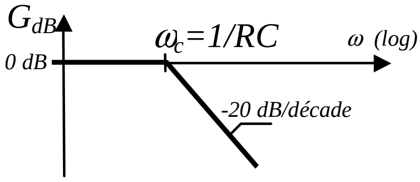

3) Si on ouvre l'interrupteur, il se produit une discontinuité de courant et $L.\frac{di}{dt} = -\infty$. La tension qui se reporte sur l'interrupteur est alors : $v_K = E - R.i - L.\frac{di}{dt} = +\infty$. Physiquement, l'inductance ne tolère pas de discontinuité de courant, l'interrupteur sera « claqué » par la surtension et un arc électrique dissipera l'énergie stockée dans la bobine au moment de la fermeture.
4) Lorsque *K* est fermé, la diode est sous une tension inverse, elle est donc bloquée.
5) La tension directe sur D s'écrit $v_d = -R.i(t) - L.\frac{di}{dt}$, elle est positive dès lors que le courant s'interrompt un peu trop brutalement, donc la diode entre en conduction à l'ouverture de *K*.
6) Le schéma équivalent du circuit en supposant *D* parfaite revient à un court-circuit de la charge, ainsi : $0 = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt}$. La résolution donne : $i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ si on considère le nouveau temps *t*=0 à la place de $t=t_1$.
7) Voir le graphe. L'évolution du courant dans le cas de l'absence de diode correspond à l'hypothèse d'un arc électrique maintenu qui court-circuite l'interrupteur.
8) Cette diode s'appelle une diode de roue libre. Son usage est systématique pour protéger les interrupteurs et organes de commandes qui servent à à commuter des courants dans ces charges inductives (moteurs, relais, etc…). Le problème général de la coupure du courant continu correspond au fait que l'interruption du courant fait « claquer » l'interrupteur et « continue » ainsi le courant censé être coupé…

***Exercice 6 : Lien entre les équation temporelles et le « filtrage » d'un régime permanent sinusoïdal***

1) $i_c(t) = C.\frac{dv_s(t)}{dt}$
2) $i_c(t) = C\omega.V_{S\max}.\sin(\omega t)$.
3) $\omega$ est la pulsation, elle est fixée par l'alimentation.




4) $\omega \to 0 \Rightarrow i_C \to 0$, le circuit est équivalent à un circuit ouvert en « basses fréquences ».
5) $\omega \to \infty \Rightarrow V_{S\max} = \frac{i_c(t)}{C\omega.\sin(\omega t)} \to 0$. Dans les « hautes fréquences » le circuit est équivalent à un court-circuit en sortie. Le « passe bas » correspond au fait que les basses fréquences « passent » et que les hautes sont « coupées » par la capacité.
6) La loi des mailles et $i_c(t) = C.\frac{dv_s(t)}{dt}$ donnent : $v_e = RC.\frac{dv_S}{dt} + v_S$. Soit : $v_e(t) = RC\omega.V_{S\max}.\sin(\omega t) + V_{S\max}.\cos(\omega t)$.



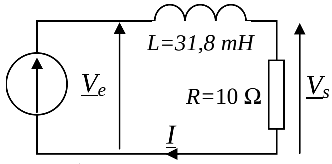

7) Si *ω >> 1/RC* $v_e(t) \approx RC\omega.V_{S\max}.\sin(\omega t)$ et $V_{S\max} \approx \frac{v_{S\max}}{RC\omega}$
8) Si *ω << 1/RC* $v_e(t) \approx V_{S\max}.\cos(\omega t)$ et $v_S(t) \approx v_e(t)$.
9) Voir graphe.
10) La pulsation particulière $\omega_c = 1/RC$ est la frontière entre les deux

fonctionnements, elle s'appelle « pulsation de coupure ».

11) Voir un précis d'électronique au chapitre concernant les « filtres ».

12) $\underline{G}=\dfrac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e}=\dfrac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_R+\underline{Z}_c}=\dfrac{1}{1+j.RC\omega}$ on reconnaît sur cette fonction de transfert le fait que si $\omega << 1/RC$ $\dfrac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e}\approx 1$ et si $\omega >> 1/RC$ $\dfrac{\underline{V}_S}{\underline{V}_e}=\approx\dfrac{1}{j.RC\omega}$. La détermination des comportements en fréquence des filtres est bien sur beaucoup plus simple à partir de la notation complexe…

## Partie 3 : Régime alternatif sinusoïdal



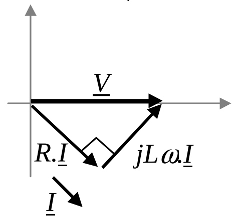

### Exercice 1 : Charge « inductive »

1) $X=L\omega=31{,}8.10^{-3}\times 2\pi\times 50=10\ \Omega$

2) $\underline{Z}=R+j.X=10+j.10$

3) $\underline{I}=\dfrac{\underline{V}}{\underline{Z}}=\dfrac{\underline{V}}{R+j.X}$ et $\underline{V}_S=R.\underline{I}$

4) $I=\left|\underline{I}\right|=\left|\dfrac{\underline{V}}{\underline{Z}}\right|=\dfrac{V}{\sqrt{R^2+X^2}}=16{,}26\ \mathrm{A}$, $Arg(\underline{I})=-\varphi=-Arc\tan(\dfrac{X}{R})=-45°$.



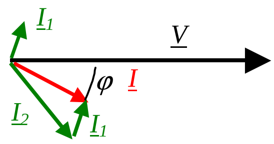

5) Voir graphe.

6) La résistance consomme : $P_R=R.I^2=2{,}64\ \mathrm{kW}$. La source fournit : $P_e=V_e.I.\cos\varphi=2{,}64\ \mathrm{kW}$. Ces deux puissances sont égales, et c'est normal puisque l'inductance ne consomme pas de puissance active.

### Exercice 4 : Diviseur de courant

1) On calcule par exemple l'impédance équivalente au circuit : $\underline{Z}_{eq}=(4-j.(1/0{,}002))//(40+j.10)=107{,}97+j.52{,}83$. Ainsi : $V=Z_{eq}.I=\sqrt{107{,}97^2+52{,}83^2}\times 2{,}5=300{,}5\ \mathrm{V}$.

2) $I_1=\dfrac{V}{\sqrt{4^2+500^2}}=6\ \mathrm{A}$, $I_2=\dfrac{V}{\sqrt{10^2+40^2}}=7{,}3\ \mathrm{A}$




3) La formule donne bien sur le même résultat…

4) Voir schéma.

5) $P=4.I_1{}^2+10.I_2{}^2=677\ \mathrm{W}$ ,

$Q=-500.I_1{}^2+40.I_2{}^2=337{,}6\ \mathrm{VAR}$

6) Cette charge est équivalente à un circuit R-L (Q>0) dont les valeurs sont : $R=P/I^2$ et $X=L.\omega=Q/I^2$.

## Partie 4 : Energies et Puissances électriques

### Exercice 3 : Puissances et facteur de puissance associés à un dipôle non linéaire

1) $V_{eff}=V$ , $I_{eff}=\sqrt{\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi} i(\theta)^2.d\theta}=\sqrt{\dfrac{1}{\pi}.I_0{}^2.\dfrac{\pi}{3}}=\dfrac{I_0}{\sqrt{3}}$

2) $S=V_{eff}.I_{eff}=\dfrac{V.I_0}{\sqrt{3}}$

3) $P=\dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi} v(\theta).i(\theta).d\theta=\dfrac{1}{\pi}\int_{\pi/3}^{2\pi/3} I_0.V.\sqrt{2}\sin\theta.d\theta=\dfrac{I_0.V.\sqrt{2}}{\pi}$

4) $k=\dfrac{P}{S}=\dfrac{\sqrt{6}}{\pi}=0{,}78$

5) On n'a pas intérêt a faire circuler les courants non sinusoïdaux sur le réseau car ils sont l'origine de mauvais facteurs de puissance. Ici, le courant n'est pas déphasé par rapport à la tension, malgré cela le facteur de puissance n'est pas unitaire. Ceci est du à une forme de puissance appelée « puissance déformante »…